

Elektrotechnik – 6. Wechselstrom III

Luft- und Raumfahrttechnik Bachelor, 1. Semester

David Straub

6. Wechselstrom

1. Grundlegende Begriffe und Kennwerte
2. Komplexe Wechselstromrechnung
3. Wechselstromwiderstände (Impedanz, Admittanz)
4. Grundsaltungen
5. Leistung (Wirk-, Blind-, Scheinleistung)
6. Blindleistungskompensation
7. Resonanz und Frequenzverhalten

Rückblick: Leistung an R, L und C

Am Widerstand R: $\bar{p} = UI$ – Energie wird verbraucht, $\varphi = 0^\circ$

An C und L: $\bar{p} = 0$ – Energie pendelt, $\varphi = \mp 90^\circ$

In der Praxis: Kombinationen aus R, L, C mit **beliebiger Phasenverschiebung** $0^\circ < |\varphi| < 90^\circ$
(Motor: $\varphi \approx 30^\circ - 60^\circ$; Netzteil: R-C)

Frage: Wie berechnet man die Leistung bei beliebigem φ ?

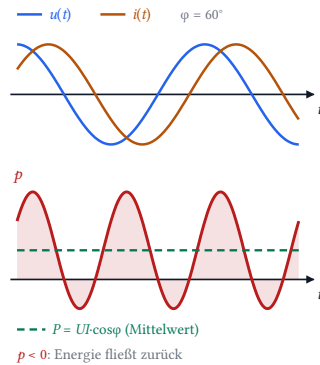
Momentanleistung mit Phasenverschiebung

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cos(\omega t) \cdot \hat{I} \cos(\omega t - \varphi)$$

Mit trigonometrischer Umformung und Effektivwerten U, I :

$$p(t) = \underbrace{UI \cos \varphi}_{P} \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + \underbrace{UI \sin \varphi}_{Q} \cdot \sin(2\omega t)$$

- Die Leistung oszilliert mit **doppelter Frequenz**
- Ein **konstanter** Anteil (wird verbraucht) + ein **pendelnder** Anteil (Mittelwert 0)
- $p(t) < 0$ in Teilen der Periode: Energie fließt kurzzeitig **zurück** zur Quelle



Wirk-, Blind- und Scheinleistung

Wirkleistung (Mittelwert, tatsächlich umgesetzt):

$$P = UI \cos \varphi \quad [P] = \text{W}$$

Blindleistung (pendelnder Energiefluss):

$$Q = UI \sin \varphi \quad [Q] = \text{var}$$

Scheinleistung (Netzbelastung, Dimensionierung!):

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad [S] = \text{VA}$$

Vorzeichen von Q : induktiv **positiv**, kapazitiv **negativ**.

Blindleistung: Praktische Bedeutung

Blindleistung trägt **nicht** zur nutzbaren Leistung bei, belastet aber das Netz:

- Höhere Ströme in Leitungen und Transformatoren
- Erhöhte Verluste: $P_{\text{Verlust}} = R \cdot I^2$
- Spannungsabfälle im Netz

Beispiel Transformator mit $S_{\text{max}} = 10 \text{ kVA}$: bei $\cos \varphi = 0,7$ liefert er nur $P = 7 \text{ kW}$ — voll ausgelastet, aber 30 % „verschenkt“.

Konsequenz: Industriekunden zahlen Strafgeldern bei $\cos \varphi < 0,9$.

Komplexe Scheinleistung: Motivation

Naiver Ansatz: $\underline{U} \cdot \underline{I} = UI \cdot e^{j(\varphi_u + \varphi_i)}$ — die Phasen *addieren* sich $\rightarrow$ **falsch!**

Wir brauchen die *Differenz* $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

Lösung: konjugiert komplexer Strom

$$\underline{U} \cdot \underline{I}^* = U e^{j\varphi_u} \cdot I e^{-j\varphi_i} = UI \cdot e^{j\varphi} = \underbrace{UI \cos \varphi}_P + \underbrace{jUI \sin \varphi}_Q$$

Definition der komplexen Scheinleistung

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ$$

- **Betrag:** $S = |\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}$
- **Phase:** $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Alternative Darstellungen:

$$\underline{S} = \underline{Z} \cdot I^2 = \frac{U^2}{\underline{Z}^*}$$

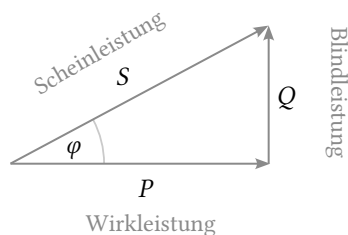
Beispiel RL-Reihenschaltung: $\underline{S} = I^2(R + j\omega L)$ – Realteil = Wirkleistung an R, Imaginärteil = Blindleistung an L. **Am Vorzeichen von $\text{Im } \underline{S}$ erkennt man die Impedanzcharakteristik** (+ induktiv, – kapazitiv)!

Leistungsdreieck

Das **Leistungsdreieck** visualisiert den Zusammenhang:

- Wirkleistung: $P = S \cos \varphi$
- Blindleistung: $Q = S \sin \varphi$
- Scheinleistung: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$
- Phasenwinkel: $\tan \varphi = \frac{Q}{P}$

Beispiel Industriebetrieb: $P = 800 \text{ kW}$, $Q = 600 \text{ kvar} \rightarrow S = 1000 \text{ kVA}$, $\varphi \approx 37^\circ$ – der Trafo muss für 1000 kVA ausgelegt sein!



Leistungsfaktor $\cos \varphi$

$$\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Verbraucher	$\cos \varphi$	Bemerkung
Glühbirne, Heizung	$\approx 1,0$	rein ohmsch
Motor ohne Last	$\approx 0,3$	viel Magnetisierung
Motor Volllast	$\approx 0,85$	besser, aber nicht ideal
Transformator	$\approx 0,8-0,9$	Streuinduktivität
Modernes Netzteil (PFC)	$> 0,95$	mit Kompensation

Energieversorger fordern $\cos \varphi > 0,9$: wegen $I = \frac{P}{U \cos \varphi}$ fließt bei $\cos \varphi = 0,7$ statt $0,95$ für dieselbe Wirkleistung **36 % mehr Strom** ($\frac{0,95}{0,7} = 1,36$).

Blindleistungskompensation

Problem bei induktiven Verbrauchern (Motoren, Trafos): $Q_L > 0$, niedriger $\cos \varphi$, hohe Ströme, Strafzahlungen.

Lösung: Kondensatoren **parallel** schalten – $Q_C < 0$ kompensiert $Q_L > 0$:

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = P \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

(φ_1 : vorher, φ_2 : Ziel; vollständige Kompensation: $\varphi_2 = 0$)

Warum parallel? Damit die Spannung am Verbraucher – und damit seine Wirkleistung – unverändert bleibt!

Kompensation: Praxisbeispiel

Betrieb: $P = 100 \text{ kW}$, $\cos \varphi_1 = 0,8$ ($\varphi_1 \approx 37^\circ$), $U = 400 \text{ V}$

Vorher: $Q_L = 75 \text{ kvar}$, $S_1 = 125 \text{ kVA}$, $I_1 = 312 \text{ A}$

Kompensation auf $\cos \varphi_2 = 1$: $Q_C = -75 \text{ kvar}$

Nachher: $S_2 = P = 100 \text{ kVA}$, $I_2 = 250 \text{ A}$

- Strom: **-20 %**, Leitungsverluste ($\propto I^2$): **-36 %**, keine Strafzahlungen



Aufgabe 20: Leuchtstoffröhre

Eine Leuchtstoffröhre mit Vorschalt-drossel (= Reihenschaltung aus R und L ; $P = 40 \text{ W}$, $I = 0,4 \text{ A}$) liegt am Netz ($U = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$).

- Wie hoch ist die Scheinleistung S ? Wie groß ist $\cos \varphi$?
- Wie groß sind R und ωL ?
- Ein Kondensator soll die gesamte Blindleistung kompensieren. Wie muss er geschaltet werden (Begründung)?
- Berechnen Sie C .
- Veranschaulichen Sie die Kompensation im Zeigerdiagramm.

Resonanz: Der Serienschwingkreis

Reihenschaltung aus R , L und C :

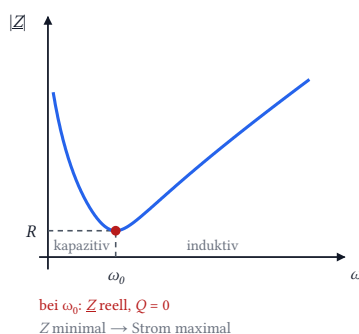
$$\underline{Z}(\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Bei der **Resonanzfrequenz** heben sich X_L und X_C auf:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Bei ω_0 :

- $\underline{Z} = R$ – **rein reell**, minimal $\rightarrow$ Strom maximal
- Der Zweipol nimmt **nur Wirkleistung** auf ($Q = 0$)



Resonanz: Der Parallelschwingkreis

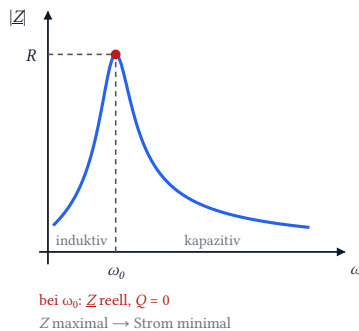
L und C parallel (ggf. mit R):

$$\underline{Y}(\omega) = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Bei $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$:

- $\underline{Y}$ **minimal** $\rightarrow$ $\underline{Z}$ **maximal**, rein reell
- Strom von außen minimal – L und C tauschen ihre Energie *untereinander* aus (Kreisstrom!)

Serienresonanz: $\underline{Z}$ **minimal** • Parallelresonanz: $\underline{Z}$ **maximal** – beide: $\underline{Z}$ reell, $Q = 0$



Impedanzcharakteristik

Wie „verhält sich“ ein Zweipol bei gegebener Frequenz?

- $\text{Im } \underline{Z} > 0$ (bzw. $\varphi > 0$, $\text{Im } \underline{S} > 0$): **induktiv**
- $\text{Im } \underline{Z} < 0$: **kapazitiv**
- $\text{Im } \underline{Z} = 0$: **reell** – Resonanzfall (oder rein ohmsch)

Beispiel Serienschwingkreis:

- $\omega < \omega_0$: $\frac{1}{\omega C} > \omega L \rightarrow$ **kapazitiv**
- $\omega > \omega_0$: $\rightarrow$ **induktiv**

Zur Begründung genügt immer das **Vorzeichen** von $\text{Im } \underline{Z}$ (oder $\text{Im } \underline{S}$).

Frequenzverhalten: Die Grenzfälle $\omega \rightarrow 0$ und $\omega \rightarrow \infty$

Mächtige Kontrolltechnik: ersetze die Blindelemente durch ihre Grenzfälle –

	$\omega \rightarrow 0$ (Gleichstrom)	$\omega \rightarrow \infty$
Kondensator ($Z_C = \frac{1}{\omega C}$)	Unterbrechung ($Z \rightarrow \infty$)	Kurzschluss ($Z \rightarrow 0$)
Spule ($Z_L = \omega L$)	Kurzschluss ($Z \rightarrow 0$)	Unterbrechung ($Z \rightarrow \infty$)

Vorgehen: Schaltung zweimal neu zeichnen (einmal pro Grenzfall), Blindelemente ersetzen, Verhalten ablesen.

So erklärt man die **Filterwirkung** einer Schaltung: Was passiert mit dem Ausgangssignal bei tiefen/hohen Frequenzen? (Tiefpass, Hochpass, ...)

Aufgabe 21: Resonanz & Grenzfälle

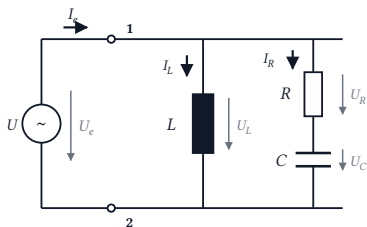
Ein Serienschwingkreis besteht aus $R = 50 \, \Omega$, $L = 20 \, \text{mH}$, $C = 50 \, \mu\text{F}$.

- Bei welcher Kreisfrequenz ω_0 (und Frequenz f_0) nimmt die Schaltung nur Wirkleistung auf?
- Wie groß ist $\underline{Z}$ bei ω_0 ?
- Welche Impedanzcharakteristik hat die Schaltung bei $\omega = \omega_0/2$? (Begründung!)
- Geben Sie $\underline{Z}$ für $\omega \rightarrow 0$ und $\omega \rightarrow \infty$ an. Was macht diese Schaltung mit sehr langsamen und sehr schnellen Signalen?

Klausuraufgabe: Zweipol

$\underline{U} = 8 \, \text{V} \cdot e^{j\pi/2}$ (komplexer Effektivwert); $R = 0,8 \, \text{k}\Omega$, $L = 16 \, \text{mH}$. Bei $\omega_g = 5 \cdot 10^4 \, \text{s}^{-1}$ nimmt die Schaltung $\underline{S} = 40(1 + j) \, \text{mVA}$ auf. (C ist nicht gegeben – Sie brauchen es nicht!)

- Berechnen Sie $\underline{I}_e$. Welche Impedanzcharakteristik liegt vor (Begründung)?
- Berechnen Sie $\underline{Z}_e$ und $\underline{Y}_e$.
- Berechnen Sie $\underline{I}_L$, dann $\underline{I}_R$ und $\underline{U}_R$, dann $\underline{U}_C$.
- Zeichnen Sie** $\underline{I}_e$, $\underline{I}_L$, $\underline{U}_e$, $\underline{U}_R$, $\underline{U}_C$ als Effektivwertzeiger.
- Geben Sie $\underline{I}_e$, $\hat{I}_e$ und φ_i an.
- Bei ω_0 nimmt der Zweipol nur Wirkleistung auf – wie heißt dieser Arbeitspunkt? Geben Sie $\underline{Z}_e$ für $\omega \rightarrow 0$ und $\omega \rightarrow \infty$ an.

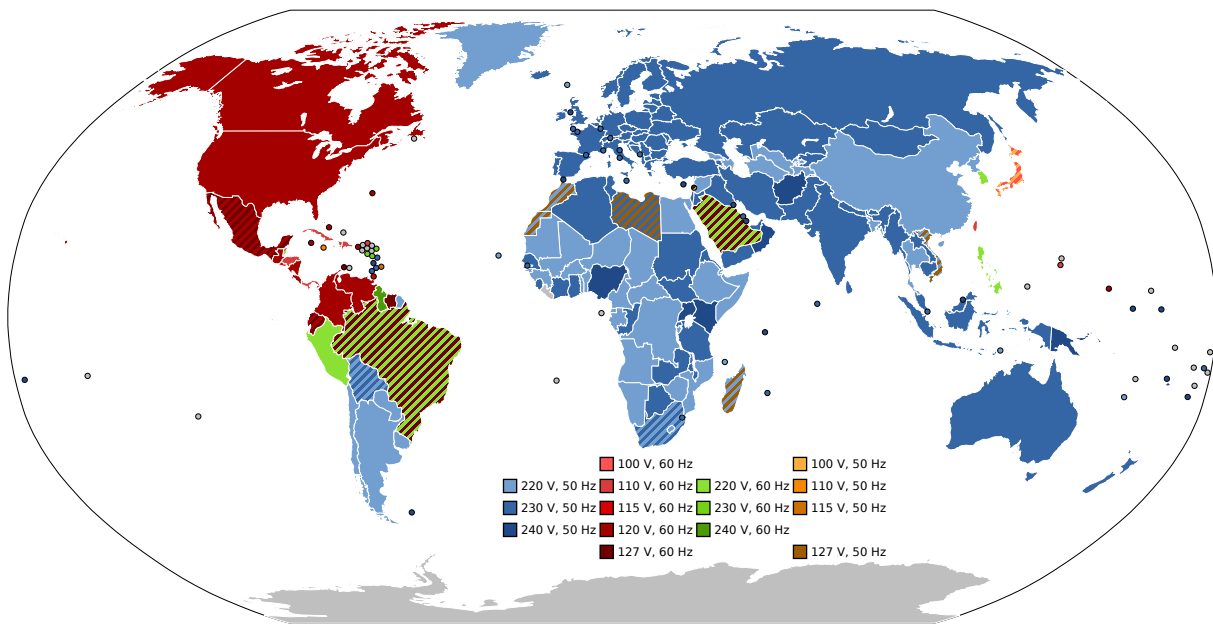


Zusammenfassung: Wechselstrom

- Kennwerte: Mittelwert, Gleichrichtwert, **Effektivwert** ($\hat{A}/\sqrt{2}$ nur für Sinus!)
- Komplexe Rechnung: Festzeiger, $e^{j\omega t}$ kürzt sich; addieren kartesisch, multiplizieren polar
- Impedanzen: $\underline{Z}_R = R$, $\underline{Z}_L = j\omega L$, $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ – alle DC-Methoden gelten weiter
- Leistung: $P = UI \cos \varphi$, $Q = UI \sin \varphi$, $\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = P + jQ$
- Kompensation: Kondensator **parallel**, $Q_C = P(\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$
- Resonanz:** $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\underline{Z}$ reell; Grenzfälle: $C/L \leftrightarrow$ Unterbrechung/Kurzschluss

Nächstes Kapitel: Drehstrom – warum aus der Steckdose eigentlich drei Phasen kommen 

Wechselstrom: Niederspannung weltweit



Gruppenarbeit: Westinghouse vs. Edison reloaded

Mit Ihrem jetzigen Wissen über Wechselstrom und Gleichstrom, Wirkleistung und Blindleistung, diskutieren Sie in Ihrer Gruppe die Vor- und Nachteile der beiden Stromsysteme:

- Edison  : Gleichstrom mit 110 V
- Westinghouse  : Wechselstrom mit 110 V, auf längere Strecken transformiert auf > 1000 V

Hinweise: Leitungsverluste (inkl. Blindleistung), Sicherheit, Wirtschaftlichkeit

Zusatzfrage: Würde die Entscheidung heute anders ausfallen?